

VÁLTOZATOK A CULMANN-FELADATRA

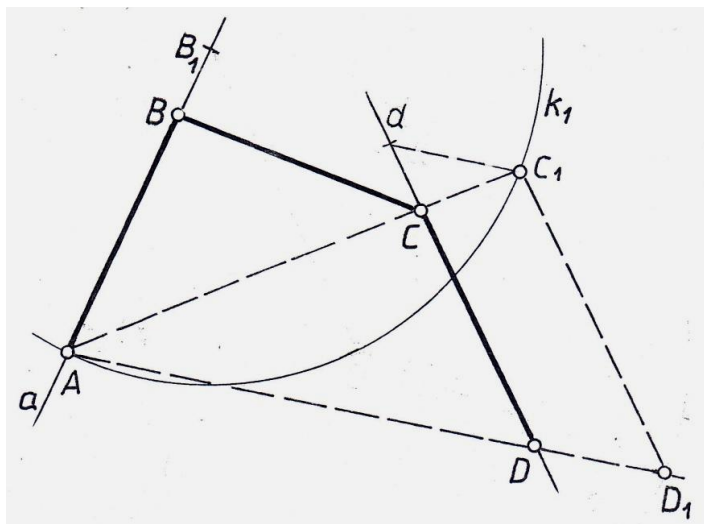
Írta: Hajdu Endre

A statika Culmann nevéhez fűződő ismert feladata egy erő vagy egy erőpár egyensúlyozása, három adott hatásvonalon működő erővel. Az alábbiakban ennek a feladatnak olyan módosításáról lesz szó, amikor az egyensúlyozó erőkre bizonyos feltételek vannak kiszabva, például, hogy a hatásvonalak adott pontokhoz illeszkedjenek, vagy – s ez a lényegesebb – az egyensúlyozó erők egyenlő nagyságúak legyenek. Nem vizsgáljuk részletesen a megoldhatóság feltételeit, valamint a lehetséges különleges eseteket, és csupán szerkesztő megoldásokat alkalmazunk.

ADOTT ERŐ EGYENSÚLYOZÁSA HÁROM EGYENLŐ NAGY ERŐVEL

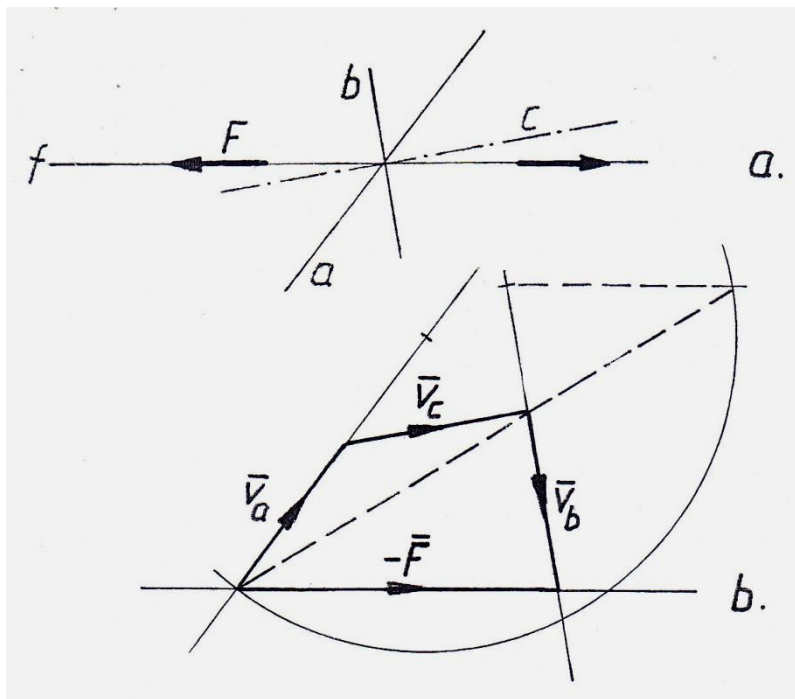
A továbbiakban szükség mutatkozik egy síkgeometriai feladat megoldására, melyre a későbbiekben „segédszerkesztés” címen utalunk. Az említett feladat: adott egy A ponthoz illeszkedő a egyenes, valamint egy D ponthoz illeszkedő d egyenes; szerkesztendő az egyenesek azon B , ill. C pontja, melyekre fennáll, hogy $AB = BC = CD$ (1. ábra).

Megoldás: egy A középpontú hasonlósági transzformáció a keresett B pontnak feleltesse meg a B_1 pontot; ekkor a C pont C_1 megfelelője egy B_1 középpontú, $B_1A = R$ sugarú k_1 körön lesz. A D pont megfelelőjéről annyit tudunk, hogy az AD egyenesen lesz, és a $C_1D_1 = R$ hosszúságú szakasz párhuzamos a d egyenessel. A szóba jövő pontpár C_1 pontját például úgy nyerhetjük, hogy d -re a D ponttól felmérjük a kör sugarát, s az így nyert szakaszt AD -vel párhuzamosan eltoljuk, míg végpontja a körre nem jut. A szerkesztés további lépései leolvashatók az ábráról, mely az adott esetben lehetséges két megoldás közül az egyiket tünteti fel.



1. ábra

1. Adott az egyensúlyozandó F erő és hatásvonala, valamint az egyensúlyozó erők közül kettőnek a hatásvonala, melyek egymást az adott erő f hatásvonalának egy pontjában metszik (2/a ábra). Keressük a bevezetőben említett feltételeknek eleget tevő harmadik egyensúlyozó erő hatásvonalát, s az egyensúlyozó erők vektorait.



2. ábra

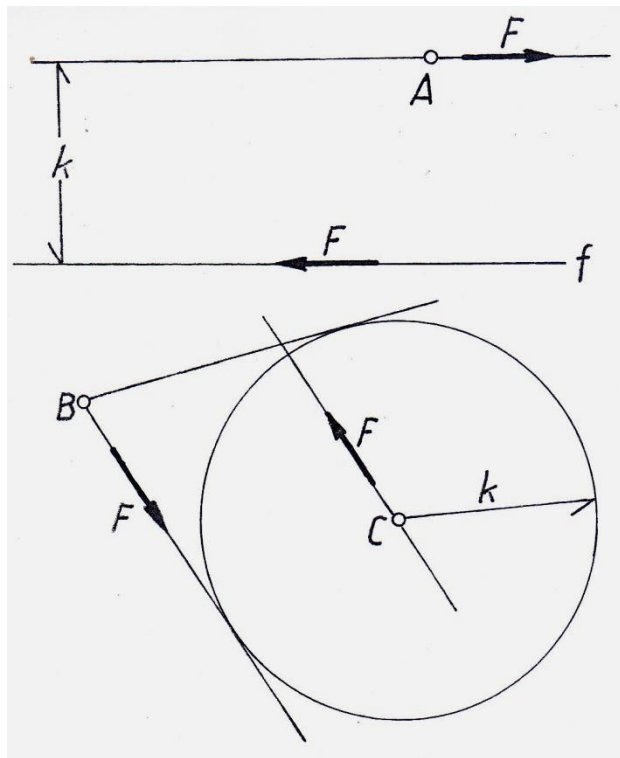
Megoldás: a három egyensúlyozó erő eredője f hatásvonalú, $-F$ vektorú erő. A b . ábrarészletből kitűnik, hogy a vektorábra előállításához a segédszerkesztés alkalmazását igényli. Ez utóbbit már nem magyarázva, ismertté válnak a három egyenlő nagyságú egyensúlyozó erő vektorai, valamint az a, b hatásvonalak közös pontját tartalmazó, v_c -vel párhuzamos c egyenes, a keresett hatásvonal.

2. A téma legérdekesebb feladata a következő: ismert az egyensúlyozó erők hatásvonalainak egy-egy pontja, keressük az adott F erőt egyensúlyozó, egyenlő nagyságú erőket. Ennek a feladatnak csak egy különleges megoldásával foglalkozunk az alábbiakban. A megoldás azon a statikai tételen alapszik, mely szerint egy azonos síkban ható M nyomatékú erőpár és egy F erő eredője olyan erő, melynek vektora egyenlő az adott erőével, de hatásvonala az adott erőétől

$k = \frac{M}{F}$ távolságú. A hatásvonal eltolódása a nyomaték előjelétől függ. Ha a 3.

ábrán látható három adott pont egyike, például az A pont egy $-F$ vektorú erő hatásvonalának pontja, s A távolsága f -től k , akkor egy alkalmas erőpár hatására a $-F$ vektorú erő f -re tolódik, a két erő egyensúlyban van. Ha az említett erőpár alapjai éppen F nagyságúak, és hatásvonalaik illeszkednek a B, C

pontokhoz, akkor a feladat egy megoldásához jutunk. Az ábráról leolvasható az említett alkalmas erőpár szerkesztése: a C pont köré rajzolt, k sugarú körhöz



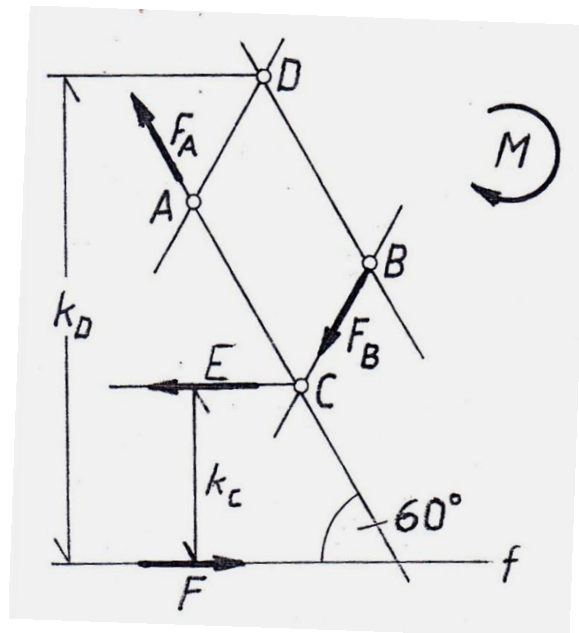
3. ábra

B -ből szerkesztett érintők bármelyike lehet az erőpár egyik alapjának hatásvonala. Az F nagyságú erők irányát úgy kell megválasztani, hogy az erőpár nyomatékának előjele biztosítsa az A -t tartalmazó hatásvonalon működő erő megfelelő irányú eltolódását. Ennek a megoldásnak feltétele, hogy – jelen esetben – B és C egymástól mért távolsága legalább k nagyságú legyen. Az ábra a lehetséges két megoldás közül az egyiket szemlélteti, további, ilyen típusú megoldás adódik, ha A helyett a másik két adott pont valamelyikéből indulunk ki.

ADOTT ERŐPÁR EGYENSÚLYOZÁSA HÁROM EGYENLŐ NAGY ERŐVEL

Az adott erőpárt csak erőpár-jelképpel, vagyis körív alakú nyíllal, s az erőpár egyetlen lényeges adatával, nyomatékával adjuk meg. Az egyensúlyozó erőrendszer lehetséges alkotó elemei ismét erő, hatásvonal, esetleg hatásvonal valamely pontja.

3. Adott az M nyomatékú erőpárt egyensúlyozó három egyenlő nagy erő egyike f hatásvonala, a további két erő hatásvonalának A , ill. B pontja (4. ábra). Keresendők az egyensúlyozó erők, vagyis az adott hatásvonalon működő F , valamint az adott két pontot tartalmazó hatásvonalakon működő F_A , F_B erők.



4. ábra

Megoldás: az egyensúlyozó erők szabályos háromszög alakú vektorábrát alkotnának, következésképpen bármelyik két erő hatásvonalára 60° -ot zár be egymással, ezért az A és B pontban ható erők hatásvonalai máris kijelölhetők (4 hatásvonal adódik általános esetben). A hatásvonalak közös pontjai a lehetséges F_A és F_B erők E eredőjének támaszpontjai. Az eredőnek párhuzamosnak kell lennie az adott hatásvonallal, s a még ismeretlen F erővel együtt + M nyomatékú erőpárt kell alkotniuk. Ha a hatásvonalak egyik közös pontja C, akkor az eredő karja k_C , s az egyensúlyozó erőpár alapja, egyben mindhárom erő nagysága $F = \frac{M}{k_C}$.

Ha a hatásvonalak másik közös pontjával, D-vel számolunk, akkor hasonló módon járva el, az egyensúlyozó erők közös nagysága $\frac{M}{k_D}$. A különleges esetek

közül érdekesebb az, ha a két adott pontot összekötő egyenes 60° -ot zár be az f hatásvonallal.

Ebben a témakörben is legérdekesebb az az eset, mikor az egyensúlyozó erők hatásvonalainak csak egy-egy pontja ismert. Ennek a feladatnak a terjedelmesebb megoldása megtalálható a szerző **Erőpár egyensúlyozása három erővel** című dolgozatában.